

# Калманы шүүлтүүр

А. Батмөнх

Шинжлэх Ухаан, Технологийн Их Сургууль. Компьютерийн Техник, Менежментийн Сургууль  
Компьютерийн Ухааны Салбар. Компьютерийн Техникийн Профессорын Баг

[batmunkh@csms.edu.mn](mailto:batmunkh@csms.edu.mn)

*Хураангуй* – Энэхүү өгүүлэлд шуугиантай дохиог тоон болон Калманы шүүлтүүрээр шүүснээр гаралтын дохионд ямар эффект үзүүлж болох талаар, цаашилбал Калманы шүүлтүүрийн үндэс, механизм, ажиллагааны талаарх зарим чухал ойлголтыг шинжлэн авч үзсэний эцэст MATLAB орчинд хийсэн загварчилалыг нэг, хоёр болон гурван хэмжээт хөдөлгөөний шуугианыг дарах жишээн дээр тайлбар өгөхийг хичээлээ.

*Түлхүүр үг* - “жиргээ” дохио, НДШ, дамжуулах функц, төлөвийн орон, Калманы шүүлтүүр, ковариацийн матриц, математик хүлээлт

## I. УДИРТГАЛ

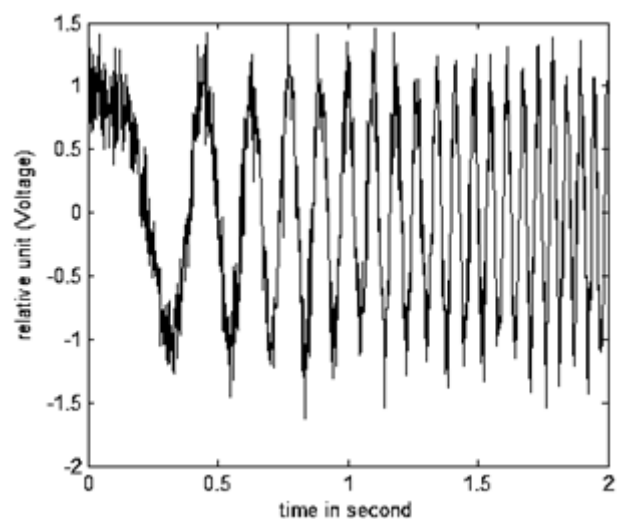
Шуугианд өртсөн дохиог шуугианаас шүүж цэвэрлэх нь аливаа удирдлагын системийн гол шийдвэрлэвэл зохих асуудлуудын нэг байдаг бөгөөд төрөл бүрийн бүтэц, схемийн болон програмын шийдэлтэй шүүлтүүрээр дохиог цэвэрлэж ирсэн байдаг. Ихэнх тохиолдолд удирдлагын дохиог шуугианаас салгахын тулд нам давтамжийн шүүлтүүр (НДШ) хэрэглэдэг боловч шүүгдсэн дохионы амплитудын утга өөрчлөгдсөнөөс болж удирдлагын дохио ч мөн хазайлтанд ордог. Үүнээс зайлсхийх, дохионы хэлбэрт онцын өөрчлөлт оруулалгүй цэвэрлэх нэг арга зам нь Калманы шүүлтүүрийг хэрэглэх явдал юм.

Калманы шүүлтүүрийн онолын үндсийг 1960-аад онд тавьсан хэдий ч сүүлийн арав гаруй жилийн хугацаанд түүний практик хэрэглээ эрчимтэй өсөж байгаа нэгэн төрлийн тоон шүүлтүүр юм [1]. Калманы шүүлтүүрийн талаар олон тооны судалгааны ажлууд хийгдэж, тэр хэмжээгээрээ өгүүлэл, статъя бичигдсээр байна.

Калманы шүүлтүүрийг шүүлт хийх гэж буй объекттой холбох ерөнхий блок схемийг [2] –оос харж болно.

## II. “ЖИРГЭЭ” ДОХИОГ ШУУГИАНААС ШҮҮХ НЬ

Аливаа шүүлтүүрийн ажиллагаанд шинжилгээ хийхдээ түүний оролтонд динамик хувьсалтай дохиог холбон ашиглах нь хамгийн оновчтой энгийн нэгэн шийдэл юм. Ийм төрлийн дохионд “жиргээ” (chirp) дохиог нэрлэж болох бөгөөд түүний хугацааны тэнхлэг дэхь шуугианд автсан хэлбэрийг MATLAB-ийн орчинд үүсгэн Зураг 1-т харуулав. Уг дохионы амплитудын хэмжээ тогтмол байх ба харин давтамж нь цаг хугацааны аясад хувьсан өөрчлөгдөж байдаг. Ажиглахад хялбар байлгах зорилгоор “жиргээ” дохионы загварыг үүсгэхдээ түүний давтамжийг 0-ээс 20 Гц гэсэн хязгаарт 2 секундын турш үргэлжилж байхаар харуулав.



Зураг 1. Шуугианд өртсөн “жиргээ” дохио

Энэ дохиог шуугианаас шүүх ажиллагааг энгийн нэгдүгээр эрэмбийн НДШ-ийн жишээн дээр авч үзье. Үргэлжилсэн хугацааны нэгдүгээр эрэмбийн шүүлтүүрийн дамжуулах функц нь

$$H(s) = \frac{b_0 + b_1s}{a_0 + a_1s}; \quad (1)$$

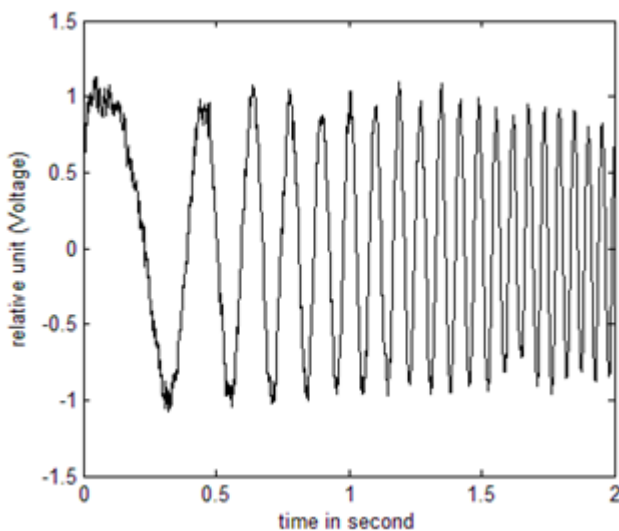
(1) ерөнхий хэлбэртэй байх тул  $b_1 = 0$  үед нам давтамж,  $b_0 = 0$  үед өндөр давтамжийн дохиог нэвтрүүлнэ.

Дискрет хугацааны дохиог НДШ-ээр шүүхийн тулд дамжуулах функц (1)-д харгалзах орлуулга, жишээ нь  $s = (z - 1)/zT_s$ , болон S2Z хувиргалт, бусад дагалдах үйлдлүүдийг гүйцэтгэсний дараа тоон ИР шүүлтүүрийн ялгаварын тэгшитгэл (2) –д хүрнэ.

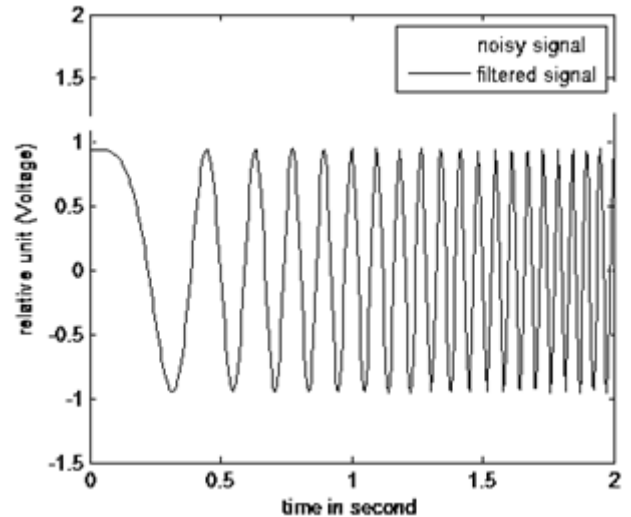
$$y[n] = (b_0x[n] + b_1x[n - 1] - a_1y[n - 1])a_0^{-1}; \quad (2)$$

(2)-ийн  $a$  болон  $b$  коэффициентууд нь нугаралтын давтамжийн тогтмолууд байна.

Туршилтийг MATLAB орчинд явуулахдаа НДШ-ийн нугаралтын давтамжийг 10, 20, 30, 40 Гц байхаар сонгож шүүсэн ба 30 Гц-д харгалзах үр дүнг Зураг 2-т харуулав. Зургаас харахад, шуугианыг сайн дарахын тулд НДШ-ийн нугаралтын давтамжийг хэт намаар сонгосон тохиолдолд дохионы амплитуд буурах хандлагатай болох ба өндөр авсан тохиолдолд гаралтанд шуугиан нэвтэрч гарах муу талтай. Хэрэв уг дохиогоор объектынг удирдаж байсан бол гүйцэтгэх механизмын хөдөлгөөнд хазайлт үүсэх нь тодорхой юм.



Зураг 2. Нугаралтын давтамж 30 Гц үеийн нэгдүгээр эрэмбийн НДШ-ийн гаралтын дохио.



Зураг 3. Калманы шүүлтүүрээр шүүсэн “жиргээ” дохио

Шуугиантай “жиргээ” дохиог Калманы шүүлтүүрээр шүүсэн үр дүнг зураг 3-д харуулав. Графикаас харахад шүүгдэж гарсан дохионы амплитудын утганд өөрчлөлт ороогүй байх бөгөөд энэ дохиогоор объект удирдсан тохиолдолд гүйцэтгэх механизмын хөдөлгөөнд хазайлт өгөхгүй гэсэн үг болно.

### III. ТӨЛӨВИЙН ОРОН БА КАЛМАНЫ ШҮҮЛТҮҮР

Калманы шүүлтүүрийн онолын суурь ойлголт нь төлөвийн оронгийн арга юм [3]. Энэ аргын гол онцлог нь динамик процессыг загварчилдаг дээд эрэмбийн дифференциал тэгшитгэлийн системийг нэгдүгээр эрэмбийн дифференциал тэгшитгэлд хөрвүүлдэг, олон оролт – олон гаралттай (MIMO) системийн шинжилгээ болон гэдрэг холбоотой тохируулгын системийн загварчлал, хэрэглээнд ашиглахад хүчтэй хэрэгсэл болж өгдөг зэрэг давуу талуудтай байдагт оршино.

#### A. Төлөвийн орон

Дурын шугаман динамик процессыг төлөөлсөн дээд эрэмбийн дифференциал тэгшитгэлүүд нэгдүгээр эрэмбэд хөрвөж (3)-д харуулсан хэлбэрт орно. Энэ нь үргэлжилсэн хугацааны төлөвийн оронгийн илэрхийллийн ерөнхий бичиглэл юм.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (3)$$

Дискрет хугацааны өгөгдөл боловсруулах тохиолдолд (3) нь Лапласын хувиргалт, Z хувиргалтаар дайран ялгаварын тэгшитгэл (4)-д хөрвөнө.

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k \\ y_k &= Cx_k + Du_k \end{aligned} \quad (4)$$

Энд,  $k$ - дискрет хугацааны тухайн агшины индекс. Хэрэв дотоод төлөвийн хувьсагч  $x$  -ийн тоо  $n$ , оролтын тоо  $p$ , гаралтын тоо  $m$  бол  $A, B, C, D$  нь харгалзан  $n \times n, n \times p, m \times n, m \times p$  хэмжээтэй матриц байна.

**В. Калманы шүүлтүүр**

Калманы шүүлтүүрийн хэрэглээний үндсэн муж нь удирдлага тохируулгын систем юм. Системийн гаралтын төлөвийг хянах зориулалттай мэдрэх төхөөрөмжийн хэмжлийн нарийвчлал, гадны цахилгаан соронзон долгионы нөлөө, аналог-тоо хувиргалтын алдаа зэрэг нь шуугианы эх үүсвэр болох ба үүнийг зохих шаардлагын төвшинд шүүснээр удирдлагын системийн тогтвортой байдлыг хангана.

Зураг 4-д үзүүлсэн холболтыг хийснээр объектын үргэлжилсэн хугацааны гаралтын дохиог Калманы дискрет хугацааны шүүлтүүрээр шүүх нөхцөл бүрдэнэ. Зурагт үзүүлсэн тасархай шугамаар хүрээлэгдсэн хэсэг нь Калманы шүүлтүүр болон бусад дагалдах хэрэгсэлүүдийг агуулсан дискрет өгөгдөл боловсруулалтын блок бөгөөд уг шүүлтүүр нь өөртөө өгөгдсөн объектын дотоод процессын математик загварыг агуулсан байх шаардлагатай.



Зураг 4.  $U(t), Y(t)$  - үргэлжилсэн хугацааны оролт, гаралтын дохио,  $u_k, y_k, \hat{y}_k$  - дискрет хугацааны оролт, гаралтын дохионууд, АТХ – аналог-тоо хувиргуур,  $k$ - дискрет хугацааны индекс

Дохионд шуугиан нэмэгдсэн тохиолдолд (3) нь (4)-т хөрвөх ба энд  $w(t), v(t)$  -ээр харгалзан процессын буюу объектын дотоод шуугиан, гаралтын буюу хэмжилтийн шуугианийг тэмдэглэсэн байна.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + w(t) \\ y(t) &= Cx(t) + v(t) \end{aligned} \quad (5)$$

Дискрет өгөгдлийн хувьд (5)-г төлөвийн оронгийн дискрет хэлбэрт оруулан бичвэл

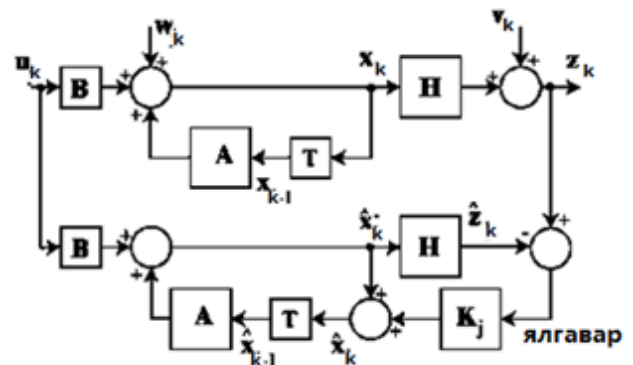
$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + w_k \\ y_k &= Cx_k + v_k \end{aligned} \quad (6)$$

гэж гарна. (5) нь бодит объектын дискрет математик загвар тул түүний шуугиангүй хэсэг (6) нь Калманы шүүлтүүрийн суурь болж өгнө.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= A\hat{x}_k + Bu_k \\ \hat{y}_k &= C\hat{x}_k \end{aligned} \quad (7)$$

Бодит объектын гаралтын дискрет утга болон Калманы шүүлтүүрийн загварын гаралтын мөн дискрет дохионуудын зөрүүг тодорхойлох замаар Калманы коэффициентыг тухайн дохиог дискретчилэх алхам бүрд тооцоолж шүүлтүүрийг ажиллуулах нь Калманы шүүлтүүрийн ажлын үндсэн алгоритм билээ.

Дээр товчхон авч үзсэн аргыг схемчилбэл Зураг 5-д харуулсан Калманы вектор шүүлтүүрийн граф дүрслэл үүснэ [5].



Зураг 5. Калманы шүүлтүүрийн бүтэц

Ийнхүү Калманы шүүлтүүрын алгоритм нь давталт бүрдээ тухайн системийн төлөвийн дараагийн алхмын утгыг магадлалын зарим элементийг ашиглан урьдчилан тооцоолох ба энэхүү итерацласан үйлдлүүдийг (8), (9) илэрхийллүүдээр томъёолно [3][4][5].

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^- &= A\hat{x}_{k-1} + Bu_k; \\ P_k^- &= AP_{k-1}A^T + Q_k; \end{aligned} \quad (8)$$

(7) -г таамаглал (prediction) гэх ба (8) -г коррекц буюу засвар (correction) гэнэ.

$$\begin{aligned} K_k &= P_k^- C^T / (C P_k^- C^T + R_k); \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k (y_k - C \hat{x}_k^-); \\ P_k &= (I - K_k C) P_k^-; \end{aligned} \quad (9)$$

Энд,  $Q$  болон  $R$  нь объектын дотоод ба түүний гаралтын шуугианы ковариацийн матрицууд,  $K_k$  нь Калманы коэффициент,  $P^-$  болон  $P$  нь өмнөх ба дараахи магадлалын хүлээлтээр тооцоолсон төлөвийн ковариацийн утгууд,  $T$  нь матрицын урвуу үйлдэл болно.

IV. ХӨДӨЛГӨӨНТ ОБЪЕКТЫГ  
ДАГАН МӨРДӨХӨД  
КАЛМАНЫ ШҮҮЛГҮҮРИЙГ  
ХЭРЭГЛЭХ НЬ

Калманы шүүлтүүрийн хэрэглээний өөр нэг гол муж нь хөдөлгөөнт объектын замыг даган мөрдөхөд дохионы шуугианыг дарах ажиллагаа юм. Үүнийг загварчилахдаа (5), (6), (7), (8) -г тодорхой жишээнд авч үзвэл, тухайлбал, хөдөлгөөнт объектын загварт буулгавал объектын байрлалыг

$$p_{k+1} = p_k + T v_k + \frac{T^2}{2} u_k + p_k^{\sim}; \quad (10)$$

гэж, харин түүний хурдыг

$$v_{k+1} = v_k + T u_k + v_k^{\sim}; \quad (11)$$

гэж тус тус томъёолно [6]. Энд,  $v_k, p_k$  нь энэ системийн дотоод төлөв,  $u_k$  нь оролтын хурдатгал,  $v_k^{\sim}, p_k^{\sim}$  тус тус шуугиан болно.

(9) ба (10)-ыг төлөвийн оронгийн стандарт бичлэгт хөрвүүлбэл

$$x_k = \begin{bmatrix} p_k \\ v_k \end{bmatrix}; \quad x_{k+1} = \begin{bmatrix} p_{k+1} \\ v_{k+1} \end{bmatrix}; \quad u_k = a_k; \quad (12)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (13)$$

гэж гарах ба шуугианы хэсгийг томъёолбол,

$$R_k = E \left\{ \begin{bmatrix} p_k^{\sim} \\ v_k^{\sim} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_k^{\sim} & v_k^{\sim} \end{bmatrix} \right\} = E \left\{ \begin{bmatrix} (p_k^{\sim})^2 & p_k^{\sim} v_k^{\sim} \\ v_k^{\sim} p_k^{\sim} & (v_k^{\sim})^2 \end{bmatrix} \right\} \quad (14)$$

$Q$  болон  $R$  нь хүлээлтийн утга буюу алдааны ковариацийн матрицаар, өөрөөр хэлбэл, магадлалын дундаж утгаар тодорхойлогдох бөгөөд харгалзан  $n \times n$  болон  $m \times m$  хэмжээний матрицууд байна [4]. Практикт эдгээр матрицыг тооцоолохын оронд бодит объект дээр туршилт хийх замаар шуугианы төвшинг тогтоож үүнээсээ тодорхой тоон утгыг тогтмолор авч ашиглах тохиолдол ч бий. Тухайлбал Аналог – Тоо хувиргуурын нарийвчлалын алдаанаас үүсэх утга нь бодит утгаас зөрөх ба энэ зөрүү нь шуугианы эх үүсвэр ч болдог.

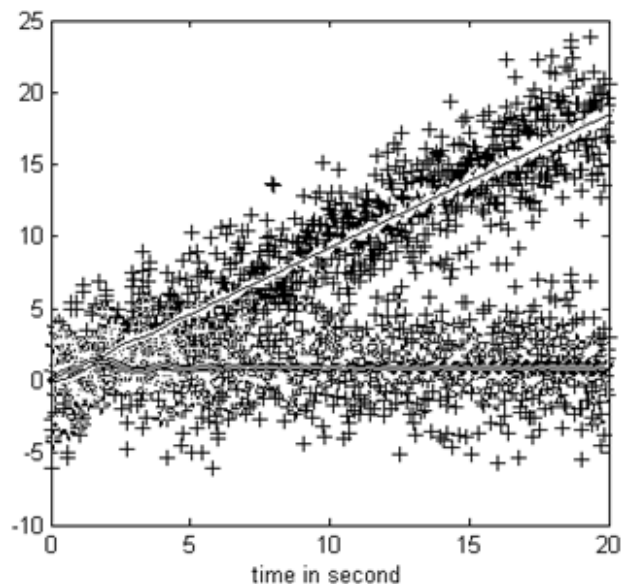
Дээрх бүгдийг нэгтгэн MATLAB орчинд загварчилсан коодын давталтын фрагментийг доор харуулав. Энд, 20 секундын турш 0.02 секундын алхамтай дискретчилсэн “жиргээ” дохиог хөдөлгөөнт объектын оролтын хурдатгалын дохио гэж үзлээ. Доорх коод нь нэг төлөвийн хувьсагчтай Калманы шүүлтүүрийг MATLAB орчинд програмчилсан жишээний давталтын хэсэг болно. Энд, нийт давталтын тоо  $s$  -ийн дагуу мөн тооны тооцооллын алхам хийгдэж, алхам бүрдээ Калманы коэффициентийн шинэ утгыг бодож гаргана.

```
clear;
for i=1:s
    xdkm=a*xdk+b*u(1,i);           %1
    pkm=a*pk*a'+Q;                %2

    kk=pkm*c'/(c*pkm*c'+R);       %3
    xdk=xdkm+kk*(y(:,i)-c*xdkm);  %4
    pk=(eye(size(a))-kk*c)*pkm;   %5

    ye(:,i)=c*xdkm;
end
plot(t, ye(1,:), 'g', t, ye(2,:), 'ro');
```

Энд,  $xkdm$  – дараагийн төлөвийн утга,  $xdk$  – одоогийн төлөвийн утга,  $pkm$  – дараагийн төлөвийн хүлээх утга,  $pk$  – одоогийн төлөвийн хүлээх утга,  $kk$  – Калманы коэффициент,  $ye$  – шүүлтүүрийн гаралтын утга,  $a, b, c$  – төлөвийн болон шилжилтийн матрицууд тус тус болно.



Зураг 6. Нэг хэмжээст хөдөлгөөний зам-хугацаа, хурд-хугацааны шуугиантай дохиог шүүсэн байдал. + тэмдгээр шуугиантай дохиог, тасралтгүй шугамаар шуугиангүй үеийн дохио, түүнийг хүрээлсэн цайвар хэсэг нь тооцоолсон утга тус тус болно.

Тус програмын бодолтоос гарсан үр дүнг Зураг 6-д графикаар үзүүлэв.

V. ХОЁР БА ГУРВАН ХЭМЖЭЭСТ ХӨДӨЛГӨӨНИЙ ӨГӨГДӨЛД КАЛМАНЫ ШҮҮЛТҮҮРИЙГ ХЭРЭГЛЭХ НЬ

A. Хоёр хэмжээст хөдөлгөөн

Хоёр хэмжээст өгөгдлийг хугацааны тэнхлэгийн дагуу дэс дараалан жигд байрласан олон тооны дискрет кадруудын дараалал гэж төсөөлж болох бөгөөд эдгээр кадруудыг хугацааны координатын эхлэлээр нь давхцуулан нэг хавтгайд буулган дүрсэлж болно.

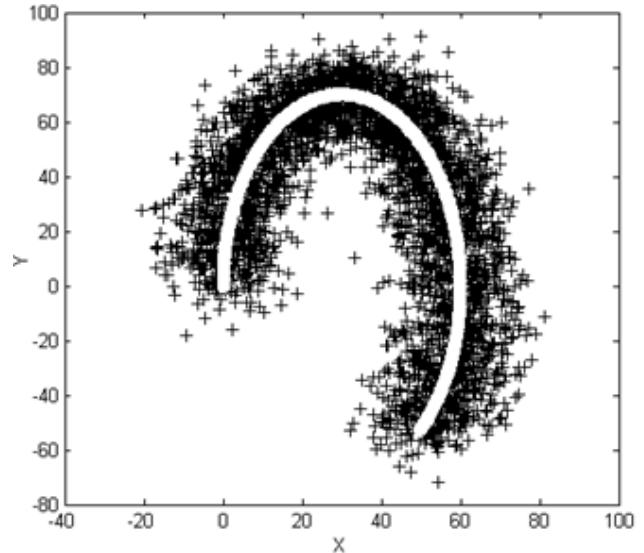
Өгөгдсөн объектод үйлчлэх хоёр хүч буюу хурдатгал нь хавтгайн  $y$  болон  $x$  тэнхлэгийн дагуу дараахи функцээр илэрхийлэгдэнэ гэж үзэв. Үүнд,  $u_x(t) = 3 \sin\left(\frac{t}{10}\right)$ ,  $u_y(t) = 7 \cos\left(\frac{t}{10}\right)$ . Мөн, тэнхлэг тус бүр харилцан хамааралгүй учир өөр өөр шуугианы загвар нэмэгдэнэ гэсэн үг юм.

Ингэснээр, хоёр тэнхлэгт хөдөлгөөний төлөвийн матрицийг хөдөлгөөн тус бүрт, аль эсвэл нэгтгэж доорх байдлаар бичиж болно.

$$\begin{bmatrix} p_{x,k+1} \\ v_{x,k+1} \\ p_{y,k+1} \\ v_{y,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{x,k} \\ v_{x,k} \\ p_{y,k} \\ v_{y,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1,k} \\ w_{2,k} \\ w_{3,k} \\ w_{4,k} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} yp_{1,k} \\ yv_{1,k} \\ yp_{2,k} \\ yv_{2,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{x,k} \\ v_{x,k} \\ p_{y,k} \\ v_{y,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1,k} \\ v_{2,k} \\ v_{3,k} \\ v_{4,k} \end{bmatrix} \quad (15)$$

(15)-г процессын шуугиан, хэмжилтийн шуугианы индексиг харилцан хамааралгүй гэдгийг харуулах зорилготойгоор өөрөөр дугаарласан болно.



Зураг 7. Хоёр хэмжээст хөдөлгөөний шуугиантай дохиог шүүсэн байдал. X, Y байрлал.

Дээрхийг MATLAB орчинд загварчилахдаа тэнхлэг тус бүрийг тусад нь програмчилсан болохыг хялбархан анзаарч болно.

Зураг 7-д хагас тойрог зам туулж буй объектын зам болон шуугиантай замыг харуулав.

B. Гурван хэмжээст хөдөлгөөн

Гурван хэмжээст хөдөлгөөнийг, өмнөхийн адил, гурван хэмжээст орон зайд мөн дүрсэлж болох бөгөөд хөдөлгөөний төлөвийн тэгшитгэлийг мөн адил зарчмаар үүсгэж MATLAB орчинд програмчилж загварыг туршлаа.

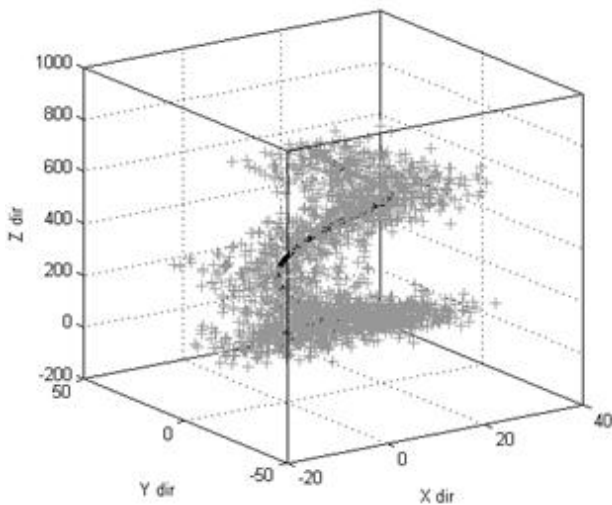
Энэ тохиолдолд  $x, y, z$  тэнхлэг тус бүрийн дагуух хөдөлгөөний төлөвийн оронгийн илэрхийллүүдийг үүсгэж, оролтын өдөөгч дохио тус бүрийг дараахи функцээр  $u_x(t) = \sin(t)$ ,  $u_y(t) = \cos(t)$ ,  $u_z(t) = t$ ; сонгож авлаа.

Эндээс харахад, хугацаа ахих тутам түүнийг даган өгсөх тойрог зам үүсэх нь ойлгомжтой байна. Гурван тэнхлэгт хөдөлгөөний төлөвийн матрицийг хөдөлгөөн тус бүрт аль эсвэл нэгтгэж мөн доорх байдлаар бичиж болно (16).

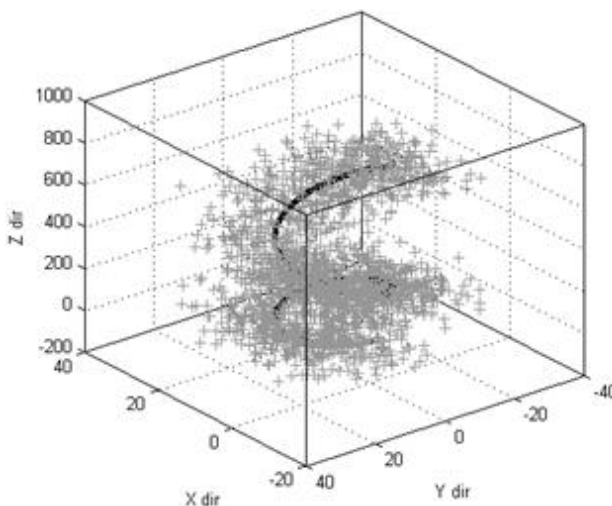
$$\begin{bmatrix} p_{x,k+1} \\ v_{x,k+1} \\ p_{y,k+1} \\ v_{y,k+1} \\ p_{z,k+1} \\ v_{z,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{x,k} \\ v_{x,k} \\ p_{y,k} \\ v_{y,k} \\ p_{z,k} \\ v_{z,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & T^2/2 & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & T^2/2 \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1,k} \\ w_{2,k} \\ w_{3,k} \\ w_{4,k} \\ w_{5,k} \\ w_{6,k} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} yp_{1,k} \\ yv_{1,k} \\ yp_{2,k} \\ yv_{2,k} \\ yp_{3,k} \\ yv_{3,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{x,k} \\ v_{x,k} \\ p_{y,k} \\ v_{y,k} \\ p_{z,k} \\ v_{z,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1,k} \\ v_{2,k} \\ v_{3,k} \\ v_{4,k} \\ v_{5,k} \\ v_{6,k} \end{bmatrix} \quad (16)$$

(16)-ийг MATLAB орчинд програмчилахдаа IV хэсэгт тайлбарласны дагуу коодлох бөгөөд ялгаа нь огторгуйн гурван чиглэл тус бүрийн хувьд давтагдан бичиглэл хийхэд оршино.



a.



b.

Зураг 8. Гурван хэмжээст хөдөлгөөний замыг шуугианаас шүүсэн байдал. a – X, Y, Z байрлал, b – Y, X, Z байрлал.

Энэхүү загварыг MATLAB-ийн кодонд хөрвүүлэн ажиллуулснаар Зураг 8-д үзүүлсэн гурван хэмжээст муруйн график үүснэ. Зурагт “+” – ээр шуугиантай дохиог, бүдүүн муруйгаар шүүгдсэн дохиог байгуулав.

## VI. ДҮГНЭЛТ

Энэ өгүүлэлд шуугиантай дохионоос үндсэн дохиог шүүх зориулалттай нам давтамжийн шүүлтүүр, тэдгээрийн нугаралтын давтамжийн янз бүрийн утга “жиргээ” дохионд үзүүлэх эффектийн талаар эхний хэсэгт авч үзлээ. Хоёр ба гурав дахь

хэсэгт төлөвийн оронгийн арга, Калманы шүүлтүүрийн тухай, шуугиантай дохионд энэ шүүлтүүрээс үзүүлэх нөлөөний талаар авч үзэв. Дөрөвдүгээр хэсэгт Калманы шүүлтүүрийн нэг хэмжээст загварыг үүсгэх тухай, алдааны ковариацийн матрицийн талаар товчхон, тавдугаар хэсэгт хоёр ба гурван хэмжээст өгөгдөлд Калманы шүүлтүүрийг хэрэглэх MATLAB орчны загварчилалын жишээг товчхон тайлбарлаж үзүүлэхийг хичээв.

Дээрх бүгдээс дүгнэхэд, Калманы шүүлтүүр нь дараахи давуу талуудыг агуулж байгаа нь харагдана. Үүнд, бодит хугацаанд явагдаж байгаа процессын шуугианыг дарах, бусад шүүлтүүртэй харьцуулахад үндсэн дохионы амплитудын утганд бага нөлөө үзүүлдэг, шинээр орж ирж байгаа тухайн утганд, бодит хугацааны горимд, бодолт хийж дараагийн төлөвийг даруй тооцоолж гаргадаг, бусад тоон шүүлтүүртэй (ялангуяа дээд эрэмбийн тоон шүүлтүүр) харьцуулахад санах ой шаардахгүй зэрэг олон давуу талуудтай байна.

Калманы шүүлтүүрийг зөвхөн техникийн ухаанд ашиглаад зогсохгүй мөн бусад салбарын шинжлэх ухааны судалгаанд ч хэрэглэж эхэлсэн жишээг [7] [8]-аас харж болно.

## НОМ ЗҮЙ

- [1]. Tamer Basar, Sean P. Meyn, and William R. Perkins. CONTROL SYSTEM THEORY AND DESIGN. University of Illinois. 2009.
- [2]. MATLAB 2008. Online help. Kalman: Control system toolbox.
- [3]. Greg Welsh, Gary Bishop. An Introduction to Kalman Filter. University of North Carolina. Department of Computer Science. 2001.
- [4]. A New Autocovariance Least-Squares Method for Estimating Noise Covariances . Brian J. Odelson, Murali R. Rajamani and James B. Rawlings. Department of Chemical Engineering. University of Wisconsin-Madison. 2005
- [5]. <http://www.swarthmore.edu/NatSci/echeeve1/Ref/Kalman/MatrixKalman.html>
- [6]. Dan Simon. Kalman filtering. Embedded system programming. 2001
- [7]. Nicolas A. Cuche, Martin K. Hess. Estimating monthly GDP in general Kalman filter framework. 1999
- [8]. Л. Оюунжаргал. Нейроны сүлжээ болон Калманы шүүлтүүрийн аргаар хот, суурингийн цаг агаарыг урьдчилан тооцоолох нь, 2012