

Гурван хэмжээст цэгэн өгөгдлийг боловсруулж загвар байгуулах

Ц.Бадамсүрэн¹, Б.Алтансүх², Э.Уртнасан³, С.Чулуун³, Х.Оюундолгор¹, А.Энхбаяр¹

¹ МУИС, Хэрэглээний Шинжлэх Ухаан, Инженерчлэлийн Сургууль

² БСШУЯ-ны харьяа Соёлын Өвийн Төв

³ ШУА-ийн Түүх, Археологийн хүрээлэн

Цахим шуудан: enkhbayar.a@seas.num.edu.mn

Хураангуй — Гурван хэмжээст бүтээлүүдийг олон талаас нь скан хийж авсан салангид цэгэн өгөгдлүүдийг нэгтгэж нэг координатын системд бүртгэсэн. Нэгтгэсэн цэгэн өгөгдлөөс онцгой шугамуудыг ялгаж авахдаа 2 хэмжээст Фурьегийн цувааг ашигласан. Үүний тулд цэг болгон дээр орчны координатын системийг байгуулж тухайн цэг дээрх гадаргуйн муруйлтыг Фурьегийн цуваа болон Фурьегийн хурдан хувиргалт ашиглаж бодсон. Цэгэн өгөгдөл дээрээ гурвалжилсан торыг байгуулж, скан хийсэн бүтээл тус бүрийн 3 хэмжээст загварыг өндөр нарийвчлалтай байгуулсан.

Түлхүүр үг — 3 хэмжээст цэгэн өгөгдөл; онцгой шугам; Фурьегийн цуваа; 3 хэмжээст загвар

I. УДИРТГАЛ

Гурван хэмжээст биетийн сканнер хийсэн цэгэн өгөгдлийг боловсруулах, цэгэн өгөгдлөөс онцгой шугамыг ялгаж авах процесс нь компьютер график болон 3 хэмжээст загварчлалын ажилд онцгой ач холбогдолтой байдаг. Гурван хэмжээст биетийн геометрийн онцлог шинж чанарууд нь тухайн биетийн гадаргаа дээрх онцгой шугамуудад агуулагдаж байдаг. Онцгой шугам гэдэг нь тухайн биетийн хотгор эсвэл гүдгэрийн дагуух муруй шугамуудыг хэлдэг. Энэхүү онцгой шугамуудыг ялгаж авснаар цэгэн өгөгдлийг сегментлэх, дүрсийг таних, гадаргууг байгуулах, биетийг дүрслэх зэрэг олон ажилд ашиглагддаг.

Нөгөө талаас аливаа биетийг скан хийж цэгэн өгөгдлийг бүртгэж авахад тухайн биетийн геометр болон топологи бүтцээс хамаарч олон талаас нь скан хийх шаардлагатай болдог. Скан хийсний үр дүнд олж авсан эдгээр салангид цэгэн өгөгдлийг нэг координатын системд бүртгэж, цэгэн өгөгдлийг боловсруулах нь 3 хэмжээст загвар байгуулах ажлын эхний бөгөөд хамгийн чухал алхам байдаг. Бид энэхүү судалгааны ажилд цэгэн өгөгдлийг бүртгэх, бүртгэсэн цэгэн өгөгдлөөс онцгой шугамыг ялгаж авах шинэ арга алгоритмыг танилцуулна.

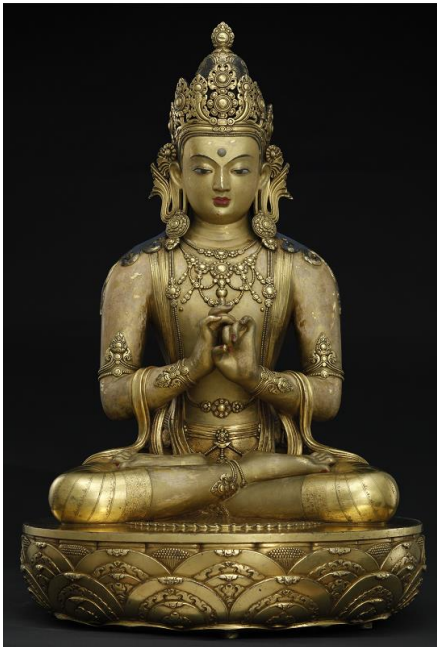
Цэгэн өгөгдлийг бүртгэх локаль болон глобаль гэсэн үндсэн 2 арга байдаг. Локаль арга нь бүртгэж буй цэгэн өгөгдлүүдээ хос хосоор нь авч бүртгэдэг. Харин глобаль арга нь нийт цэгэн өгөгдлийг хамтад нь авч, глобаль оновчлолын бодлого боддог. Локаль бүртгэлийн арга нь

хэрэглэхэд хялбар боловч бүртгэлийн алдаа гарах эрсдэл өндөр байдаг. Харин глобаль арга хэрэглэхэд төвөгтэй, тооцоолол их шаарддаг боловч сайн үр дүн өгдөг. Эдгээр аргууд нь ерөнхийдөө онцгой утгыг задлах (singular value decomposition), үндсэн компонентын анализ (principal component analysis) [1], хамгийн ойр цэгийн итераци (closest point iteration) [2] гэсэн техникүүдийг ашигладаг. Эхний 2 техник цэгэн өгөгдлийг жигд тархалттай үед сайн үр дүн өгдөг боловч ерөнхий тохиолдолд хэрэглэхэд төвөгтэй байдаг. Харин хамгийн ойр цэгийн итераци (ICP) арга нь түгээмэл хэрэглэгддэг. Бид өөрсдийн судалгаандаа хамгийн ойр цэгийн итераци (ICP) техник дээр суурилсан локаль бүртгэлийн арга хэрэглэсэн.

Цэгэн өгөгдлөөс онцгой шугамыг ялгах арга нь нэлээд сайн судлагдсан бөгөөд энэ чиглэлийн олон судалгааны ажлууд хийгдэж олон арга техникүүдийг боловсруулсан байдаг. Эдгээр аргууд нь ерөнхийдөө үндсэн компонентын анализ [3], [4], гадаргууг ойролцоолох [5], [6], статистикийн [7], [8] техникүүдийг ашигласан байдаг.

Гэвч 3 хэмжээст өгөгдлийг бүртгэж авах эсвэл үүсгэх үеийн тухайн нөхцөл байдлаас хамаарч цэгэн өгөгдлүүд нь тодорхой хэмжээний шуугиан агуулсан байдаг. Хэрэв цэгэн өгөгдөл дэх шуугианы хэмжээ өндөр байгаа тохиолдолд энэ чиглэлээр боловсруулсан ихэнх алгоритмууд сайн үр дүн өгч чаддаггүй. Иймд шуугиант цэгэн өгөгдлөөс онцгой шугамыг ялгахдаа олон шатлалын арга [3], [9] эсвэл цэгэн өгөгдлийн шуугианыг арилгах [10], [11] аргуудыг ашиглан үр дүнгээ сайжруулсан. Ийм их хэмжээний шуугиан агуулсан цэгэн өгөгдлөөс онцгой шугамыг шууд ялгаж авах арга боловсруулах нь практикын өндөр ач холбогдолтой юм.

Энэ чиглэлээр сүүлийн жилүүдэд нэлээд ажлууд [12], [13] хийгдэж байна. Тухайлбал, Энхбаяр [13] нар шуугиант цэгэн өгөгдлөөс онцгой шугамыг ялгахдаа 1 хэмжээст Фурьегийн цувааг ашигласан. Энэхүү ажил нь цэгэн өгөгдөл дээр байгуулсан Фурьегийн цувааны нам давтамжийг шүүж авснаар шуугиант цэгэн өгөгдлөөс онцгой шугамыг тогтвортойгоор шууд ялгах боломжийг олгодог. Бид энэхүү судалгааны ажилдаа [13]-т санал болгосон аргыг 2 хэмжээст үед нь өргөтгөж, илүү тогтвортой шинэ алгоритмыг боловсруулсан. Бид өөрсдийн гаргасан аргаар Зураг 1 ба 2-т үзүүлсэн бурхны бүтээлүүдийг скан хийж авсан цэгэн өгөгдлүүдийг боловсруулж 3 хэмжээст загваруудыг байгуулсан.



Зураг 1. Өндөр гэгээн Занабазарын бүтээл “Маш гийгүүлэн зохиогч”

II. ГУРВАН ХЭМЖЭЭСТ ЦЭГЭН ӨГӨГДЛИЙГ БОЛОВСРУУЛАХ

A. Гурван хэмжээст өгөгдөл цуглуулах

Өмнөх бүлэгт дурьдсан бүтээлүүдийн 3 хэмжээст цэгэн өгөгдлийг Konica Minolta vivid 9i лазерь сканнер ашиглан цуглуулсан. Энэхүү сканнер нь өндөр хүчин чадалтай, мэргэжлийн сканнер бөгөөд 0.2 мм хүртэлх нарийвчлалтайгаар цэгийг сканнердаж авдаг.

Тухайн бүтээлүүдийн геометр хэлбэр болон хэмжээнээс хамаарч олон талаас нь олон удаа удаа скан хийсэн. Тухайлбал, Зураг 1-т үзүүлсэн бүтээлийн хэмжээ том 72 см орчим өндөртэй, гуулиар хийсэн алтан шармал тул скан хийхэд ихээхэн төвөгтэй байсан. Учир нь хэт гялгар материал дээр сканнерын лазерь сарниж, зарим тохиолдолд их хэмжээний шуугиан агуулсан өгөгдлүүд бүртгэгдэж байсан. Бид уг бүтээлийн бүтэн гадаргуун цэгэн өгөгдлийг авахын тулд боломжит бүх талаас нь нийт 200 гаруй удаа скан хийж 20 сая орчим цэгийг бүртгэж авсан.

Харин Зураг 2 дахь бүтээлүүд харьцангуй жижиг 14 см орчим өндөртэй, шавраар хийгдсэн тул скан хийхэд хялбар байсан. Бүтээл бүрийн хувьд нийт 17-21 орчим скан хийж 4-5 сая орчим цэгийг бүртгэж авсан. Зураг 3-ын эхний



Зураг 2. Сарьдагийн хийдээс олдсон Өндөр гэгээн Занабазарын бүтээлүүд.

Энэхүү бүтээлүүд нь Монголын их соён гийгүүлэгч Өндөр гэгээн Занабазарын бүтээлүүд юм.

Зураг 1-т буй бүтээл нь Монголын хосгүй үнэт өвд хамрагдах Өндөр гэгээн Занабазарын “Маш гийгүүлэн зохиогч” нэртэй бүтээл бөгөөд Г.Занабазарын нэрэмжит Дүрслэх урлагийн музейд хадгалагдаж байгаа. Зураг 2-т харуулсан бүтээлүүд нь ШУА-ийн Түүх археологийн хүрээлэнгээс хэрэгжүүлж буй “XVII зууны үеийн Монголын хотууд” төслийн хүрээнд Төв аймгийн Эрдэнэ сумын нутагт орших Хэнтийн нуруунд байрлах Сарьдагийн хийдийн археологийн малтлагаас 2014 онд олдсон бүтээлүүд юм. Шавраар урласан эдгээр бүтээлүүдийг язгуурын таван бурхан гэж нэрлэдэг.



Зураг 3. Нэг удаагийн скан хийхэд цуглуулсан 3 хэмжээст цэгэн өгөгдлүүд.

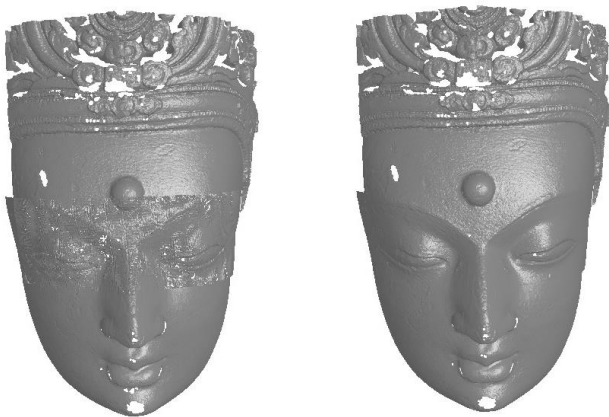
баганад том хэмжээтэй бүтээлээс, 2 дахь баганад жижиг хэмжээтэй бүтээлээс нэг удаагийн скан хийхэд авсан цэгүүдийг үзүүлэв. Нэгдүгээр баганы хэсэг тус бүрт 200,000 орчим, хоёрдугаар баганы хэсэг тус бүрт 60,000 орчим цэгүүдийг сканнердаж авсан байгаа.

В. Цэгэн өгөгдлүүдийг нэг координатын системд бүртгэх

Бүтээл тус бүрт сканнердаж авсан олон тооны салангид цэгэн олонлогуудыг нэг координатын систем рүү оруулсан. Энд бид хамгийн түгээмэл хэрэглэгддэг локаль, хагас автомат аргыг хэрэглэсэн. Үүний тулд хэрэглэгч нэгтгэх гэж буй 2 цэгэн өгөгдлөөс 3-аас цөөнгүй тооны, нэг шулуун дээр үл орших ерөнхий цэгүүдийг тэмдэглэж авна. Жишээлбэл, Зураг 3-ын эхний баганад байгаа 2 цэгэн олонлог тус бүр дээр *A, B, C, D* гэсэн 4 ерөнхий цэгийг цэгэн олонлог тус бүр дээр тэмдэглэж өгсөн байна. Эдгээр цэгүүдийн тусламжтайгаар 2 цэгэн олонлогийн анхны байрлалыг тодорхойлж өгнө. Анхны байрлалын тусламжтай тодорхойлогдсон цэгэн олонлогуудыг *хамгийн ойр цэгийн итераци (ICP)* аргыг ашиглан дахин байрлуулсан. Энэ арга нь дараах байдлаар тодорхойлогддог.

$$E = \min \sum_i^2 [(Rp_i + T - a_i)^2 n_i]^2 \quad (1)$$

Үүнд, *E* – цэгүүдийн хоорондох зай буюу алдаа, *p_i* – эхний олонлогийн цэгүүд, *q_i* – 2 дахь олонлогийн цэгүүд, *R* – эргэлтийн матриц, *T* шилжилтийн матриц, *n_i* нь *p_i* цэгийн нормаль. Энэ арга нь итерацийн арга бөгөөд гол санаа нь 2 цэгэн олонлогийн давхардсан хэсгүүд дэх цэгүүдийн хоорондох зай хамгийн бага байхаар шилжилтийн матриц *T*, эргэлтийн матриц *R*-ыг олох явдал юм.



Зураг 4. (a) 2 цэгэн олонлогийн давхардлыг арилгаагүй үед гарах үр дүн; (b) давхардлыг арилгасны дараах үр дүн.



Зураг 5. Салангид цэгэн олонлогуудыг нэг координатын системд нэгтгэн бүртгэсний дараа

Зураг 4(a) хоёр цэгэн олонлогийг нэгтгэсэн үр дүнг харуулж байна. Үр дүнгүүдээс харахад 2 цэгэн олонлогийн давхардсан хэсэг дээр бага зэргийн шуугиан үүссэн байна. Энэ нь сканнерын нарийвчлалаас шалтгаалж байгаа бөгөөд шуугианаас зайлсхийхийн тулд цэгэн олонлогуудын давхардлыг энгийн зай тооцох аргаар арилгасан. Зураг 4(b)-д хоёр цэгэн олонлогийг нэгтгэсэн эцсийн үр дүнг харуулсан. Энэ процессыг цэгэн олонлог бүр дээр давтан хийснээр бид салангид цэгэн олонлогийг нэг координатын системд нэгтгэн бүртгэх боломжтой. Зураг 5 цэгэн олонлогуудыг нэг координатын системд нэгтгэсэн үр дүнг харуулж байна.

Ш. ЦЭГЭН ӨГӨГДЛӨӨС ОНЦГОЙ ШУГАМЫГ БАЙГУУЛАХ

Манай судалгааны дараагийн алхам бол нэг координатын системд нэгтгэж бүртгэсэн цэгэн өгөгдлөөс онцгой шугамуудыг ялгах явдал юм. Энэхүү ажилд [13] судалгааны ажилд хийсэн аргыг өргөтгөсөн. Бид онцгой шугамыг ялгахдаа 2 хэмжээст Фурьегийн цувааг ашигласан бөгөөд Фурьегийн цувааг дараах байдлаар томъёолж болно.

L_x, *L_y* үетэй, дурын *f(x,y)* функцийг

$$f(x,y) \cong \sum_{n_x=0}^{N_x} \sum_{n_y=0}^{N_y} a_{n_x n_y} \cos \frac{\pi n_x x}{L_x} \cos \frac{\pi n_y y}{L_y} + \sum_{n_x=1}^{N_x} \sum_{n_y=1}^{N_y} b_{n_x n_y} \sin \frac{\pi n_x x}{L_x} \sin \frac{\pi n_y y}{L_y}, \quad (2)$$

хэлбэртэй задалж болох бөгөөд энд $a_{n_x n_y}$, $b_{n_x n_y}$ нь Фурьегийн коэффициентүүд бөгөөд

$$a_{n_x n_y} = \frac{1}{\mu L_x L_y} \iint_{-L_x - L_y}^{L_x L_y} f(x, y) \cos \frac{\pi n_x x}{L_x} \cos \frac{\pi n_y y}{L_y} dx dy$$

$$b_{n_x n_y} = \frac{1}{L_x L_y} \iint_{-L_x - L_y}^{L_x L_y} f(x, y) \sin \frac{\pi n_x x}{L_x} \sin \frac{\pi n_y y}{L_y} dx dy$$

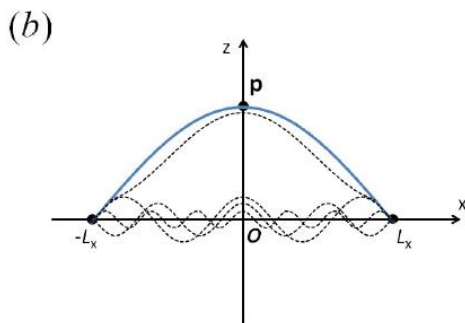
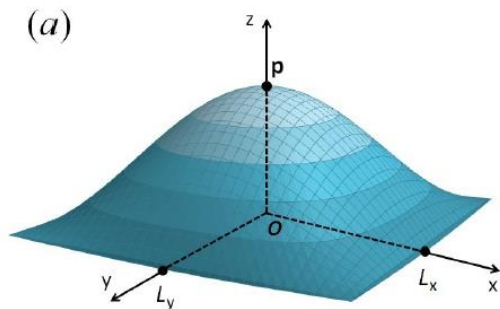
$$\mu = \begin{cases} 4, & \text{if } n_x = 0 \text{ and } n_y = 0 \\ 2, & \text{if } n_x = 0 \text{ or } n_y = 0 \\ 4, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

байна. $y = 0$ үед (1) тэгшитгэлээс Oxz хавтгай дээрх

$$f(x, 0) \cong \sum_{n_x=0}^{N_x} \sum_{n_y=0}^{N_y} a_{n_x n_y} \cos \frac{\pi n_x x}{L_x} \quad (4)$$

муруйг ялгаж авна.

Зураг 6(a) $[-L_x, L_x] \times [-L_y, L_y]$ мужид тодорхойлогдсон гадаргууг үзүүлсэн байна. Харин Oxz хавтгай дээрх энэ гадаргуйн муруйг 6(b) зурагт үзүүлэв. Энэ муруй нь (3) тэгшитгэлээр косинус, синус функцүүдийн нийлбэр хэлбэрээр тавигдаж чадна.



Зураг 6. (a) Тэгш өнцөгт мужид тодорхойлогдсон гадаргуу; (b) гадаргуун Oxz хавтгайн дагуух хөндлөн огтлол. Энэ муруй нь синус, косинус функцүүдийн нийлбэр хэлбэрт тавигдана.

Хялбар тооцоолол хийснээр тус муруйн $p(0, 0, z)$ цэг дээрх муруйлт нь

$$k_x = -\frac{\pi^2}{L_x^2} \sum_{n_x=1}^{N_x} \sum_{n_y=0}^{N_y} n_x^2 a_{n_x n_y} \quad (5)$$

болохыг харж болно. Дээрхтэй ижил аргаар Oyz хавтгай дээрх өгөгдсөн гадаргуун $p(0, 0, z)$ цэгийн муруйлтыг мөн

$$k_y = -\frac{\pi^2}{L_y^2} \sum_{n_y=1}^{N_y} \sum_{n_x=0}^{N_x} n_y^2 a_{n_x n_y} \quad (6)$$

байхыг баталж болно.

Хэрэв өгөгдсөн гадаргуун $p(0, 0, z)$ цэг дээрх үндсэн чиглэлүүд координатын Ox , Oy тэнхлэгүүдтэй давхцсан үед энэ цэг дээрх Гауссын болон гол муруйлтууд нь

$$H = \frac{1}{2} (k_x + k_y); K = k_x k_y \quad (7)$$

томъёогоор хялбар бодогдоно.

Шуугиантай өгөгдлөөс онцгой шугамын цэгүүдийг тогтвортойгоор шууд танихын тулд (2) цувааны бага хэлбэлзэлтэй гишүүдийг шүүж авсны үндсэн дээр дараах хялбар томъёог гаргаж авсан.

$$k_x = -\frac{\pi^2}{L_x^2} (a_{1,0} + a_{1,1})$$

$$k_y = -\frac{\pi^2}{L_y^2} (a_{0,1} + a_{1,1}) \quad (8)$$

Бид гаргаж авсан (8) томъёоны тусламжтайгаар байгуулсан цэгэн өгөгдлийнхөө онцгой шугамуудыг ялгаж авсан. Онцгой шугамыг ялгаж авах процесс дараах хэд хэдэн алхамаас тогтоно.

- Өгөгдсөн цэгэн олонлог дээр KD-tree мод байгуулснаар p цэг бүрийн N тооны хөршүүдийг олсон
- p цэг бүрийн хувьд түүний хөрш цэгүүдийг ашиглан үндсэн компонентын анализаар (PCA) [13] локаль координатын системийг байгуулсан. Өөрөөр хэлбэл цэг бүрийн хөрш цэгүүдийн хувьд ковариацийн матриц C -г байгуулж

$$C = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (q_i - \bar{p})^T (q_i - \bar{p}) \quad (9)$$

уг матрицын хувийн утга ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$), хувийн векторууд (e_1, e_2, e_3)-ыг олсоноор орчны координатын систем (e_1, e_2, e_3)-ийг байгуулсан.

- p цэг бүрийн хувьд байгуулсан локаль координатын систем 2 хэмжээт $N_1 \times N_2$ тор байгуулж, торны

зангилааны цэгүүдэд p цэгийн хөршүүдээс утга олгосон [13].

- Байгуулсан торны зангилааны цэгүүд дээр 2 хэмжээст Фурьегийн хурдан хувиргалт ашиглаж (8) томъёонд байгаа коэффициентүүдийг бодсон.
- p цэг бүр дээрх муруйлтыг (7) ба (8) томъёо ашиглаж тооцсоны үндсэн дээр өгөгдсөн босго утгын тусламжтайгаар онцгой шугамын орчинд орших цэгүүдийг тодорхойлсон.

Зураг 7 (a, b) энэхүү алгоритмын тусламжтайгаар таньсан онцгой шугамуудын орчинд байрлах цэгүүдийг үзүүлэв. Энд цэнхэр өнгөөр гүдгэрийн дагуух, улаан өнгөөр хотгорын дагуух онцгой шугамуудын орчинд байрлах цэгүүдийг дүрслэв.

Тодорхойлсон цэгүүдээс Лаплас хэлбэрийн агшаах алгоритмын тусламжтайгаар онцгой шугамуудыг байгуулсан [13].



Зураг 7. Онцгой шугамуудын орчинд танигдсан цэгүүд.

IV. ТУРШИЛТЫН ҮР ДҮНГҮҮД

Бид судалгаандаа ашигласан бүтээлүүдийн цэгэн өгөгдлийг Konica Minolta vivid 9i лазер сканнераар 0.2 мм нарийвчлалтайгаар авсан. Цуглуулсан өгөгдлийг Intel Xeon E-5-1603 2.8 GHz процессортой, 8 GB санах ойтой машин дээр C++ болон OpenGL графикын нээлттэй сан ашиглан гүйцэтгэсэн.

Сканнердаж авсан салангид цэгэн өгөгдлүүдийг нэг координатын системд бүртгэж боловсруулсны үр дүнд Зураг 1 дэх бүтээлээс 4 сая орчим цэг, Зураг 2 дахь бүтээл тус бүрээс ойролцоогоор 500,000 орчим цэгүүдийг авсан. Эдгээр цэгэн олонлогийн онцгой шугамыг өөрсдийн боловсруулсан аргаар ялгаж авсан үр дүнг Зураг 8 (a, b)-д үзүүлэв. Энд гадаргуун гүдгэрийн дагуух шугамыг цэнхэр өнгөөр, хотгоын дагуух шугамыг улаан өнгөөр зурсан.

Эцэст нь бүтээл тус бүрийн цэгэн олонлогоос гурвалжилсан тор байгуулсны үндсэн дээр бүтээлүүдийн 3 хэмжээст загварыг тус бүрт нь байгуулсан. Байгуулсан загваруудыг Зураг 9 болон 10-д үзүүлэв.



Зураг 8. Таньсан цэгүүдээс ялгаж авсан онцгой шугамууд.



Зураг 9. Зураг 1 дэх бүтээлийн 3 хэмжээст загвар.



Зураг 10. Зураг 2 дахь бүтээлүүдийн 3 хэмжээст загварууд.

V. ДҮГНЭЛТ

Бид энэхүү ажилд Өндөр гэгээн Занабазарын бүтээлүүдээс скан хийж авсан 3 хэмжээст салангид цэгэн өгөгдлүүдийг нэг координатын системд нэгтгэж бүртгэсэн. Өөрсдийн боловсруулсан 2 хэмжээст Фурьегийн цуваан дээр үндэслэсэн алгоритмыг ашиглаж бүртгэж авсан цэгэн олонлогоос онцгой шугамуудыг ялгаж авсан. Энэхүү алгоритм нь 2 хэмжээст Фурьегийн цувааны бага үелзэлтэй хэсгүүдийг тооцолгүйгээр цэгүүдийн муруйлыг олж байгаа тул өмнөх аргаас илүү тогтвортой сайн үр дүн өгсөн.

Түүнчлэн боловсруулсан цэгэн олонлог дээрээ гурвалжилсан тор байгуулж уг бүтээлүүдийн өндөр нарийвчлалтай загварыг байгуулсан. Энэ нь түүх соёлын өвийг хадгалж хамгаалах, энэ бүтээлүүдийг бусад эрдэмтэд судлах боломжийг олгох зэрэг олон талын чухал ач холбогдолтой ажил болсон.

Талархал. Зураг 1-т байгаа бүтээлийг Г.Занабазарын нэрэмжит Дүрслэх урлагийн музейгээс, Зураг 2-т байгаа бүтээлүүдийг ШУА-ийн Түүх, археологийн хүрээлэнгээс сканнердаж авсан болно.

НОМЗҮЙ

- [1] S. Marden and J. Guivant, "Improving the Performance of ICP for RealTime Applications using an Approximate Nearest Neighbour Search," 2012, pp. 3–5
- [2] Besl, P.J. and McKay, N.D., 1992, April. Method for registration of 3-D shapes. In *Robotics-DL tentative* (pp. 586-606). International Society for Optics and Photonics
- [3] Gumhold, S., Wang, X., Mcleod, R.: Feature extraction from point clouds. In proceedings of the 10th International Meshing Roundtable, pp 293{305 (2001)
- [4] Pauly, M., Keiser, R., Gross, M.: Multi-scale feature extraction on point-sampled surfaces. *Computer Graphics Forum*, 22, pp. 281{289 (2003)
- [5] Daniels, II J., Ha, L. K., Ochotta, T., Silva, C.T.: Robust Smooth feature extraction from point clouds. In Proceedings of the IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications, pp.123{136 (2007)
- [6] Kim, S.-K., Kim, C.-H.: Finding ridges and valleys in a discrete surface using a modified MLS projection. *Computer-Aided Design*, 37, 14, pp.1533{1542 (2005)
- [7] E. Kalogerakis, P. Simari, D. Nowrouzezahrai, and K.Singh, Robust statistical estimation of curvature on discretized surfaces, in SGP 07: Proceedings of the fifth Eurographics symposium on Geometry processing, 2007, pp.1322.
- [8] Weber, C., Hamann, S., Hagen, H.: Sharp Feature Detection in Point Clouds. In Proceedings of the IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications,(2010)
- [9] Ho, H. T., Gibbins, D.: Multi-scale feature extraction for 3D models using local surface curvature. In Proceedings of the 2008 Digital Image Computing: Techniques and Applications, pp.16-23 (2008)
- [10] Evangelos K.: Extracting lines of curvature from noisy point clouds (2008)
- [11] C. Mehdi-Souzani, J. Digne, N. Audfray, C. Lartigue, J.-M. Morel, Feature extraction from high-density point clouds: toward automation of an intelligent 3D contactless digitizing strategy, *ComputerAided Design and Applications* ,Vol. 7:6, pp. 863-874, (2010)
- [12] Xu, J., Zhou, M., Wu, Z., Shui, W. and Ali, S., 2015. Robust surface segmentation and edge feature lines extraction from fractured fragments of relics. *Journal of Computational Design and Engineering*, 2(2), pp.79-87.
- [13] Altantsetseg, E., Muraki, Y., Matsuyama, K. and Konno, K., 2013. Feature line extraction from unorganized noisy point clouds using truncated Fourier series. *The Visual Computer*, 29(6-8), pp.617-626.